

Analyse de l'Exactitude d'un Robot Parallèle "Delta"

BENTALEB Toufik
Ecole Militaire Polytechnique (EMP)
Labo. Mécanique des Structures
BP 17, 16111 B.E.B., Alger, Algérie.
Bentaleb.toufik@yahoo.fr

BELOUCHRANI Med El Amine
Ecole Militaire Polytechnique (EMP)
Labo. Génie des Matériaux
BP 17, 16111 B.E.B., Alger, Algérie.
nbelouch@yahoo.fr

HENINI Nouredine
Ecole Nationale Polytechnique (ENP)
Labo. Automatique
BP 182, El-Harrach, Alger, Algérie
henini_nour@yahoo.fr

Résumé- Les robots parallèles Delta sont de plus en plus utilisés dans les applications où la précision a une plus grande importance. Des méthodes pour évaluer l'exactitude de ces robots sont donc nécessaires. L'exactitude des robots parallèles bien conçus, construits et calibrés dépend dans la plupart du temps des erreurs d'entrée (capteurs et erreurs de commande). Cependant, l'industrie a besoin d'une connaissance précise des erreurs de sortie maximum de position à une configuration nominale donnée. Dans cet article, on propose une méthode simple basé sur une analyse détaillée des erreurs des robots parallèles Delta. Les résultats de la simulation sont présentés et discutés.

Mots-clés- Robots parallèles Delta ; espace de travail ; analyse de l'exactitude.

I. INTRODUCTION

Les robots parallèles de sont plus en plus utilisés pour la précision de positionnement. Les robots parallèles Delta sont les plus utilisés dans les applications industrielles, leur exactitude a donc une très grande importance. Par conséquent, les méthodes simples et rapides pour calculer l'exactitude d'une conception donnée de robot sont nécessaires afin de les employer dans les procédures d'optimisation de conception qui recherchent l'exactitude maximum.

Les erreurs de position et d'orientation d'un robot parallèle sont dues à plusieurs facteurs :

- erreurs de fabrication, qui peuvent cependant être prises en considération par le calibrage ;
- jeu de denture, qui peut être éliminé par le choix approprié des composants mécaniques ;
- la compliance, qui peut également être éliminée par l'utilisation des structures plus rigides (cependant ceci augmenterait l'inertie et diminuerait la vitesse de fonctionnement) ;
- erreurs des actionneurs, venant de la résolution finie des encodeurs, des erreurs de capteurs et des erreurs de commande.

Par conséquent, les erreurs des actionneurs (erreurs d'entrée) sont la source des erreurs la plus significative dans un robot parallèle correctement conçu, construit, et calibré [2]. Nous allons étudier le calculer de l'exactitude d'un robot parallèle en présence uniquement les erreurs des actionneurs. Au cours de cet article, le terme " exactitude " se rapportera donc aux

erreurs de position d'un robot parallèle qui est soumis uniquement aux erreurs des actionneurs.

L'approche classique consiste à émettre des erreurs à l'entrée puis de les récoltés à la sortie :

$$\delta p = J dq \quad (1)$$

Où le dq représente le vecteur des erreurs des actionneurs (entrée), le δp le vecteur des erreurs de sortie et J est la matrice de Jacobienne du robot [7]. Cependant, cette méthode donnera uniquement une approximation de l'erreur maximale de sortie. En effet, comme nous allons le vérifier dans cet article, avec une configuration nominale donnée et quelques rangs d'incertitude pour les variables des actionneurs, une erreur maximum locale de position se produise non seulement aux différents ensembles de variables des actionneurs, mais ces variables des actionneurs ne sont pas nécessairement toutes aux limites de leurs rangs d'incertitude. En raison des exactitudes d'actionneurs de jusqu'un $\pm \varepsilon$, les variables réelles des articulations actives sont quelque part dans les ranges $[q_i - \varepsilon, q_i + \varepsilon]$ avec $\varepsilon = 10^{-3}$ degré.

Dans cet article, nous allons analyser l'exactitude des robots parallèles Delta [4], pour ceci nous allons procéder comme suit : En premier temps, nous allons présenter une description de ce type de robots. Ensuite, une analyse de leurs modèles géométriques direct et inverse. Puis, nous déterminerons leur espace de travail. Vient alors la partie qui présentera la méthode de calcul des erreurs de positionnement de l'organe mobile tout en explicitant l'erreur maximale. Enfin une conclusion, sur la méthode de calcul des erreurs maximales locales de positionnement sera donnée.

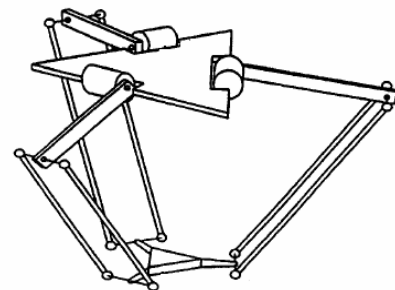


Fig. 1. Robot Delta 3[R(2S/2S)].

II. DESCRIPTION DU ROBOT PARALLELE DELTA

Le Robot Delta est né d'un besoin industriel dont les performances visées (cadence de travail élevée, grande précision, puissance consommée faible). Le robot Delta "Fig. 1" a une structure pleinement légère, il est constitué d'une base fixe et de plate-forme mobile appelée aussi nacelle. Elles sont liées par trois chaînes cinématiques identiques constituées d'un bras et de deux barres parallèles formant un parallélogramme. Chaque bras est entraîné par un moteur-réducteur, solidaire de la base. La nacelle reste toujours parallèle à la base, les mouvements de translation de cette dernière résultent du mouvement combiné des trois actionneurs [6].

III. ANALYSE DES MODELES GEOMETRIQUES DIRECT ET INVERSE

Les différents points nécessaires à la modélisation de la structure sont les suivants "Fig. 2" :

- A_i : centres des liaisons motorisées entre les bras et la base ($i = 1, 2, 3$),
- B_i : centres des liaisons cardans entre les bras et les parallélogrammes,
- C_i : centres des liaisons cardans entre les parallélogrammes et la nacelle,
- O_0 : barycentre des points A_i ,
- O : barycentre des points C_i .

Le point O_0 est l'origine du repère de base R_0 , l'axe x_0 passe par le point A_1 et l'axe z_0 est normal au plan défini par les points A_i . Les paramètres dimensionnels du modèle sont les longueurs $La_i = 260$ mm des bras i , $Lb_i = 480$ mm des avants bras i ainsi que la différence R entre les rayons de base et de nacelle ($R_b = 194$ mm et $R_n = 30$ mm). Les paramètres angulaires sont, outre les variables articulaires α_i de chaque bras i , les angles θ_i ($0^\circ, 120^\circ$ et 240°) qui donnent l'orientation des axes z_i de chaque joint actionné de révolution aux points A_1 . Les positions des points B_i et C_i sont définies dans le repère de base R_0 par les transformations homogènes suivantes (avec R et T qui représentent respectivement les matrices homogènes de rotation et de translation).

$$\begin{cases} {}^0P_{B_i} = R(z, \theta_i) \cdot T(x, R_b) \cdot R(y, \alpha_i) \cdot T(x, La_i) \\ {}^0P_{C_i} = T(x, X) \cdot T(y, Y) \cdot T(z, Z) \cdot R(z, \theta_i) \cdot T(x, R_n) \end{cases} \quad (2)$$

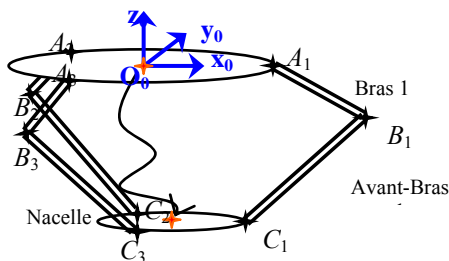


Fig. 2. Modélisation de la structure.

A. Modèle Géométrique Direct (MGD)

Pour la modélisation géométrique des robots à structures fermées, une méthode proposée par Khalil et Dombre [8] consisterait à ouvrir les boucles cinématiques au niveau de la nacelle puis à étudier chaque chaîne séparément en fonction des contraintes imposées par les autres chaînes (contraintes de fermeture des boucles). Mais le fait que la nacelle n'effectue que des mouvements de translation permet une formulation plus simple des modèles géométriques. Cette simplification proposée par Clavel [5] est obtenue par une translation de l'ensemble bras-barres parallèles de telle sorte que les points O_i et A_i soient confondus, de même pour les points B_i et P "Fig. 3".

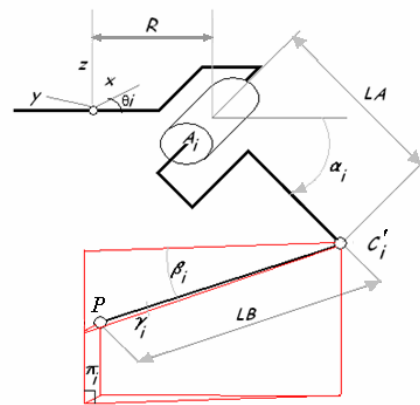


Fig. 3. Chaîne cinématique équivalente en simulant la nacelle par un point.

Clavel [5] propose une simplification basée sur les relations de la géométrie analytique, elle consiste à exprimer les intersections d'une sphère avec 3 cercles.

Le point P peut être considéré comme le centre d'une sphère de rayon Lb , les points A_i sont les centres de cercles de rayon La appartenant au plan π_i et les points C_i' sont donnés par les intersections des trois cercles de rayon La avec la sphère de rayon Lb centrée en P .

Les projections dans le repère de la base donnent les coordonnées du point C_i :

$$\left[(R + La \cos \alpha_i) \cos \theta_i, (R + La \cos \alpha_i) \sin \theta_i, -La \sin \alpha_i \right] \quad (3)$$

L'équation de la sphère de centre $P(x, y, z)$ et de rayon Lb est :

$$(X - x)^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2 = Lb^2 \quad (4)$$

Pour les points C_i appartenant à la sphère, remplaçons-les coordonnées de (3) dans (4) :

$$\begin{aligned} & \left((R + La \cos \alpha_i) \cos \theta_i - x \right)^2 \\ & + \left((R + La \cos \alpha_i) \sin \theta_i - y \right)^2 \\ & + \left(-La \sin \alpha_i - z \right)^2 = Lb^2 \end{aligned} \quad (5)$$

D'où :

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x(R + La \cos \alpha_i) \cos \theta_i + y^2 \\ & - 2y(R + La \cos \alpha_i) \sin \theta_i + z^2 + 2zLa \sin \alpha_i \\ & = Lb^2 - La^2 - R^2 - 2RLa \cos \alpha_i \end{aligned} \quad (6)$$

L'équation (6) peut être résolue selon x , y , z pour obtenir le modèle géométrique direct et selon α_i pour le modèle inverse.

Pour simplifier l'écriture du MGD, nous introduisons les entités suivantes :

$$\begin{cases} D_i = -Lb^2 + La^2 + R^2 + 2RLa \cos \alpha_i \\ E_i = 2(R + La \cos \alpha_i) \cos \theta_i \\ F_i = 2(R + La \cos \alpha_i) \sin \theta_i = E_i \operatorname{tg} \theta_i \\ G_i = -2La \sin \alpha_i \\ H_1 = E_1 G_2 - E_1 G_3 - E_2 G_1 + E_2 G_3 + E_3 G_1 - E_3 G_2 \\ H_2 = -E_1 F_2 + E_1 F_3 + E_2 F_1 - E_2 F_3 - E_3 F_1 + E_3 F_2 \\ H_3 = -E_1 D_2 + E_1 D_3 + E_2 D_1 - E_2 D_3 - E_3 D_1 + E_3 D_2 \\ H_4 = F_1 D_2 - F_1 D_3 - F_2 D_1 + F_2 D_3 + F_3 D_1 - F_3 D_2 \\ H_5 = -F_1 G_2 + F_1 G_3 + F_2 G_1 - F_2 G_3 - F_3 G_1 + F_3 G_2 \end{cases} \quad (7)$$

Alors :

$$x = z \frac{H_5}{H_2} + \frac{H_4}{H_2} \quad (8)$$

$$y = z \frac{H_1}{H_2} + \frac{H_3}{H_2} \quad (9)$$

Remplaçons les expressions de x et y dans l'équation (6) pour $i=1$:

$$z = \frac{-M \pm \sqrt{M^2 - 4LN}}{2L} \quad (10)$$

Avec :

$$\begin{cases} L = I + \frac{H_2^2 + H_1^2}{H_2^2} \\ M = 2 \frac{H_5 H_4 + H_1 H_3}{H_2^2} - \frac{H_5 E_1 + H_1 F_1}{H_2} - G_1 \\ N = \frac{H_4^2 + H_3^2}{H_2^2} - \frac{H_4 E_1 + H_3 F_1}{H_2} + D_1 \end{cases} \quad (11)$$

B. Modèle Géométrique Inverse (MGI)

Le modèle géométrique inverse vise le calcul des coordonnées articulaires α_i correspondant à une situation donnée (x, y, z) de l'organe terminal. Il faut donc résoudre l'équation (6) selon les variables articulaires motorisées, la résolution donne l'expression suivante [5] [1].

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha_i}{2} = \frac{\left(-2z \pm \sqrt{4(z^2 + R^2) - S^2 + Q_i^2 \left(1 - \frac{R^2}{La^2} \right) + Q_i \left(-2 \left(\frac{RS}{La} \right) - 4R \right)} \right)}{\left(-2R - S - Q_i \left(\frac{R}{La} - 1 \right) \right)} \quad (12)$$

Avec :

$$\begin{cases} Q_i = 2x \cos \theta_i + 2y \sin \theta_i \\ S = \frac{I}{La} \left(-x^2 - y^2 - z^2 + Lb^2 - La^2 - R^2 \right) \end{cases} \quad (13)$$

IV. ESPACE DE TRAVAIL

Le calcul de l'espace de travail est évidemment très important dans la phase de conception. La représentation de l'espace de travail est généralement basée sur l'illustration en 3 dimensions [3] de l'espace accessible par l'extrémité de l'organe terminal. Dans notre cas, la zone accessible par le centre du plateau mobile (centre de la nacelle) est dépendante de l'orientation de ce plateau.

Dans cet espace, les contraintes qui limitent le mouvement du robot sont de trois types :

- les limitations sur les coordonnées articulaires : les articulations actives ont un angle minimum et un angle maximum.
- les butées mécaniques sur les articulations passives : articulation de cardan et rotule.
- les collisions entre segments.

Tout ça pour éviter les configurations singulières.

On a limité les angles γ_i , β_i et α_i "Fig. 3," comme suit :

$$-\gamma_{\max} \leq \gamma_i \leq \gamma_{\max} \quad (14)$$

$$(\alpha + \beta)_{\min} \leq \alpha_i + \beta_i \leq (\alpha + \beta)_{\max} \quad (15)$$

Les expressions des angles γ_i et β_i sont données à partir du modèle géométrique inverse MGI de la chaîne directe [6] comme suit :

$$\gamma_i = \arcsin \left(\frac{x \sin \theta_i - y \cos \theta_i}{Lb} \right) \quad (16)$$

$$\beta_i = -\arctg \left[\frac{z + La \sin \alpha_i \cos \theta_i}{R + La \cos \theta_i \cos \alpha_i + Lb \sin \gamma_i \sin \theta_i - x} \right] \quad (17)$$

La figure "Fig. 4," représente l'approximation de l'espace de travail en 3D (limitations inclus).

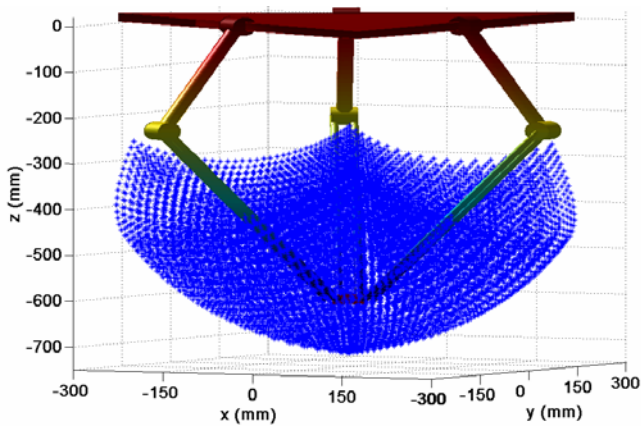


Fig. 4. Approximation de l'espace de travail en 3D.

V. CALCUL DES ERREURS DE POSITIONNEMENT DE L'ORGANE MOBILE

La procédure suivie pour le calcul des erreurs de positionnement est présentée dans l'équation (1). L'observation des erreurs dans le plan correspondant à $z=-400$ mm "Fig. 5," révèle que la limitation adoptée sur les articulations motorisées a montré son efficacité. En effet, au-delà de l'espace de travail limité, il y'a une augmentation significative dans l'erreur de l'organe terminal du robot. Pour ce la on a choisie un cube de longueur de 400 mm au centre de l'espace de travail du robot "Fig. 6," pour la simulation.

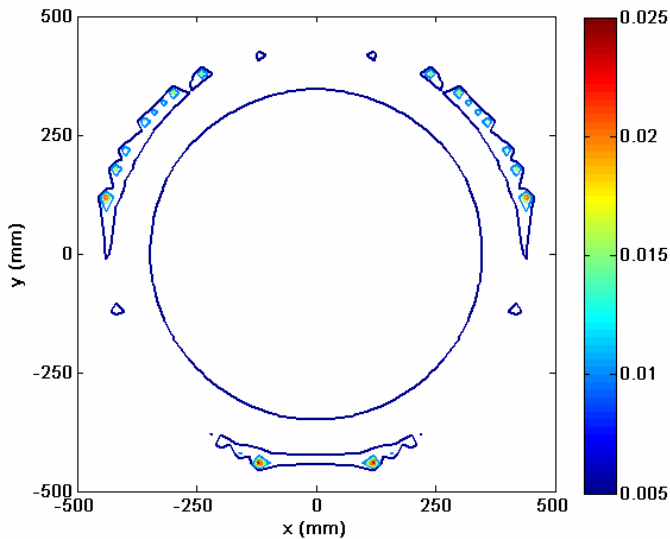


Fig. 5. Erreur de positionnement de l'organe terminal en fonction de la position nominale de x et y dans le plan $z=-400$ (mm).

Les erreurs de positionnement à travers le domaine d'étude dans l'espace de travail pour différentes position de z (-300, -400, -500 et -600 mm) sont présentées dans les figures 7, 8, 9, et 10.

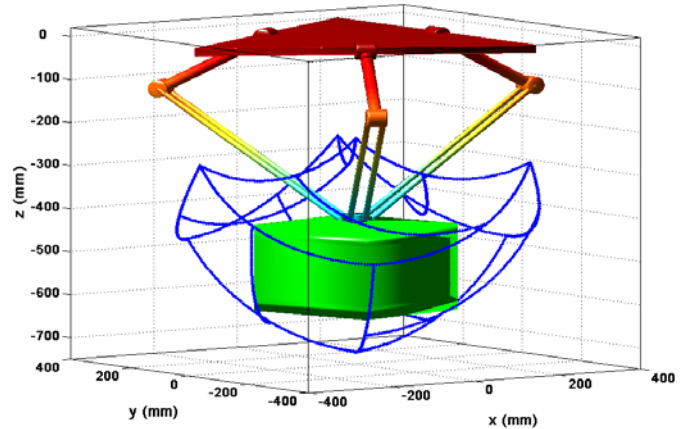


Fig. 6. Représentation du cube limitant le domaine d'étude dans l'espace de travail.

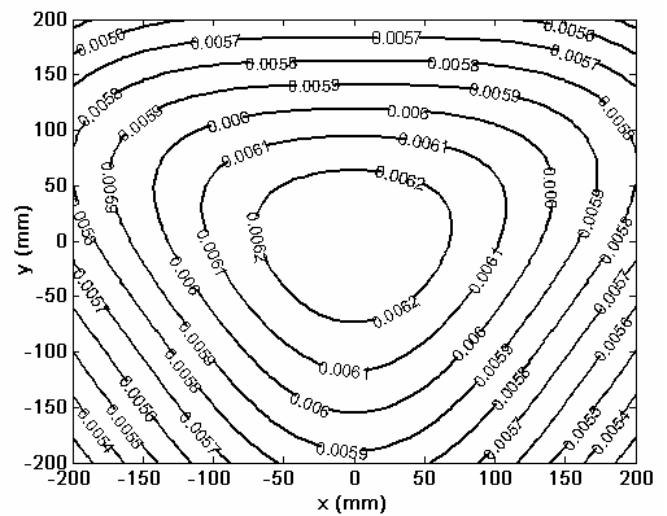


Fig. 7. Erreur de positionnement de l'organe terminal en fonction de la position nominale de x et y dans le plan $z=-300$ (mm).

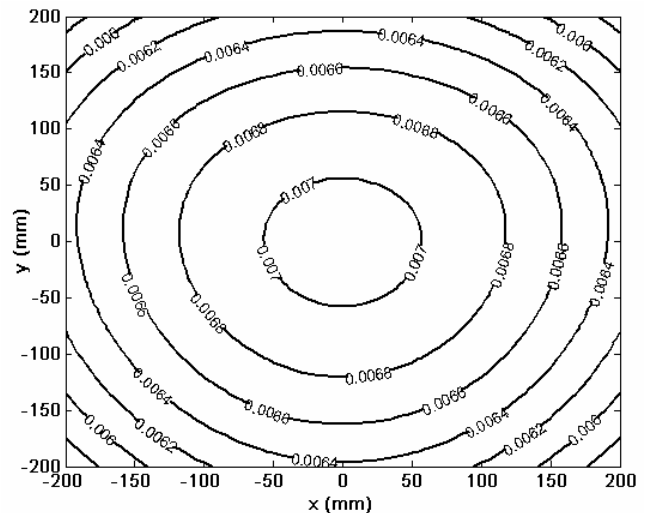


Fig. 8. Erreur de positionnement de l'organe terminal en fonction de la position nominale de x et y dans le plan $z=-400$ (mm).

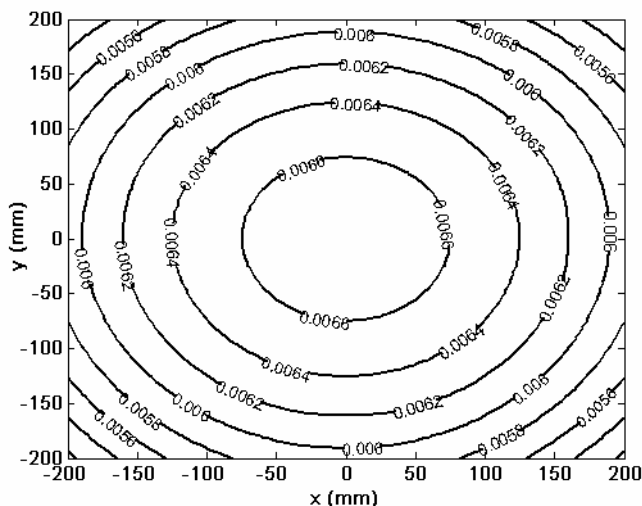


Fig. 9. Erreur de positionnement de l'organe terminal en fonction de la position nominale de x et y dans le plan $z=-500$ (mm).

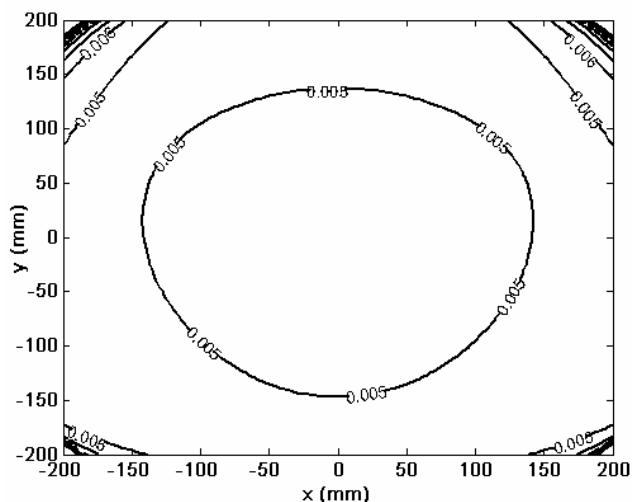


Fig. 10. Erreur de positionnement de l'organe terminal en fonction de la position nominale de x et y dans le plan $z=-600$ (mm).

VI. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons analysé l'exactitude d'un robot parallèle delta. On a procédé par la détermination de l'erreur de positionnement de l'organe terminal de ce robot dans leur espace de travail restreint par un cube pour différentes positions suivant des plans perpendiculaire de l'axe z .

Notre analyse démontre que notre robot effectue l'erreur maximale au centre du plan perpendiculaire au déplacement. Cette erreur est causée principalement par l'incertitude de positionnement des organes articulaires.

REFERENCES

[1] D. Yu, D. Cong et J. Weihal, "Parallel Robots Pose Accuracy Compensation Using Artificial Neural Networks", dans Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Guangzhou, pages 3194 à 3198, Août 2005.

[2] J-P. Merlet, "Computing the worst case accuracy of a PKM over a workspace or a trajectory," *The 5th Chemnitz Parallel Kinematics Seminar*, Chemnitz, Germany, pp. 83-96, 2006.

[3] J.-P. Merlet, D. Daney, Dimensional synthesis of parallel robots with a guaranteed given accuracy over a specific workspace, in: IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 2005.

[4] J-P. Merlet, "Détermination de l'espace de travail d'un robot parallèle pour une orientation constante," *Mech. Mach. Theory* vol. 29, No. 8, pp. 1099-1113, 1994.

[5] R. Clavel, "Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté", Thèse Doctorat N°925, Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL), 1991.

[6] R. Clavel, "Delta, a fast robot with parallel geometry," *18th International Symposium on Industrial Robot*, Lausanne, pp. 91-100, 26-28 April 1988.

[7] T. Bentaleb, K. Zennadi, et M. A. Belouchrani, "Etalonnage Géométrique du Robot Parallèle "Delta" – Méthodes et Applications", *Conférence sur les Sciences de la Mécanique, Oum El Bouaghi, Algérie*, 19-21 Novembre 2006.

[8] W. Khalil, et E. Dombre, "Modélisation et commande des robots", Éditions Hermès, Paris, 1999.